

文章编号: 1000-7598(2012)05-1375-06

基于 SMP 准则柱孔扩张问题相似解

刘时鹏^{1,2,3}, 施建勇^{1,2}, 雷国辉^{1,2}

(1. 河海大学 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 南京 210098;

2. 河海大学 岩土工程科学研究所, 南京 210098; 3. 华北水利水电学院, 郑州 450011)

摘要: 以柱孔扩张理论为基础, 将柱孔扩张后塑性区半径 b 作为时间刻度, 引入扩孔速度概念, 将塑性区内任意一点的应力、应变描述成塑性区半径 b 和柱孔扩张后扩张体单元距孔心距离 r 的函数, 采用平面应变条件下无黏性土的 SMP 准则和不相关联流动法则, 考虑到无黏性土的剪胀性, 推导出柱孔扩张后极限扩张力 P_{lim} 的相似解。通过参数分析表明, 土体强度和剪胀性对塑性区半径和极限扩张力产生很大的影响, 即随着土体强度和剪胀性的增加, 极限扩张力明显增加, 相应塑性区半径却随之减小。通过与基于摩尔-库仑准则解答进行对比分析表明, 考虑中间主应力影响的 SMP 准则所得到的极限扩张力明显高于基于摩尔-库仑准则的解答。该解答为无黏性土中进行静力触探 (CPT) 试验和静压桩等岩土工程问题提供必要的理论依据。

关键词: 柱孔扩张; SMP 准则; 剪胀; 极限扩张力

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

Similarity solutions of cylindrical cavity expansion based on SMP criterion

LIU Shi-peng^{1,2,3}, SHI Jian-yong^{1,2}, LEI Guo-hui^{1,2}

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098, China;

3. North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Zhengzhou 450011, China)

Abstract: On the basis of the cylindrical cavity expansion theory, the concept of expansion velocity is introduced into the theory. The movement of the plastic boundary b is taken as the scale of “time” and the stress/strain of any point in the expansion body are described as the functions of the plastic boundary b and the current radius r . By using the spatially mobilized plane (SMP) theory of cohesionless soils in the plane strain condition, non-associated flow rule and considering cohesionless soils’ shear dilation, the similarity solution of limit pressure P_{lim} is obtained. Meanwhile, the parametric study indicates that the influence of strength and shear dilation on the limit pressure and plastic zone radius is remarkable. With the increase of strength and shear dilation the limit pressure increases greatly while the plastic zone radius decreases. A comparative analysis shows that the limit pressure calculated from the SMP criterion which includes the effect of intermediate principal stress is obviously greater than that from the solutions based on Mohr-Coulomb criterion. The proposed solutions provide some theoretical bases for geotechnical engineering practices in cohesionless soils, such as cone penetration tests (CPT), jacked piles, and so on.

Key words: cylindrical cavity expansion; spatially mobilized plane (SMP) criterion; shear dilation; limit pressure

1 引言

小孔扩张理论广泛应用于分析各种岩土工程问题, 如深基础承载力问题^[1-2]、对旁压试验分析^[3]、静力触探试验分析^[4]以及对隧道开挖分析等。以前所有对小孔扩张问题的解答 (柱孔扩张或球孔扩张问题) 都是基于扩张体不同的本构模型, 如摩尔-库仑模型^[1-4]、修正剑桥模型^[5]、统一强度理论^[6]

以及 SMP 准则^[7]等, 大多数分析都是建立在理想弹塑性模型^[1-5]以及根据实际土工试验所得到的应力-应变关系曲线所简化的应力跌落模型^[6-7]基础上, 以求解扩张体周围的应力场、应变场、位移以及极限扩张压力等。

以上关于小孔扩张问题的解答大多假定孔穴扩张前有一不为 0 的初始孔径, 而实际工程实践中小孔扩张大多是从 0 孔径开始 (如静力触探试验、静

收稿日期: 2011-05-12

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (No. 50878075)。

第一作者简介: 刘时鹏, 男, 1970 年生, 博士研究生, 主要从事地基处理与桩基工程等方面的研究工作。E-mail: snoopy2222@126.com

压桩等),在此情况下孔穴扩张问题具有几何相似性并有一相似解,即扩张压力达到某一数值后,孔无限扩张,孔周塑性区半径与小孔现时半径之比保持不变^[8]。本文基于考虑中主应力影响的无黏性土平面应变强度的 SMP 准则为基础,以扩孔时塑性区边界半径为时间刻度,引入柱孔扩张速度概念,对基于 SMP 准则无黏性土柱孔扩张时塑性区影响半径与现时半径之比及极限扩张压力进行求解,并与不能考虑中主应力影响的摩尔-库仑模型求解结果^[8]进行比较分析。

2 问题的基本假设及定义

如图 1 所示,无限均质无黏性土体中存在均布的初始应力 p_0 ,在某种挤压如静压成桩、静力触探试验等的作用下孔径由 t_0 时刻的 0 初始孔径扩张到 t 时刻的孔径 a ,这样,当扩张压力 p 较小时,孔周土体处于弹性状态,其应力-应变关系满足广义 Hooke 定律,当压力 p 增加到临塑扩张压力 p_y 时,土体开始屈服,其屈服准则采用平面应变状态下无黏性土的 SMP 准则来描述。随着 p 不断增大,在小孔周围就形成塑性区和弹性区,相应弹塑性交界面处的半径为 b ,此时,小孔半径 a 及塑性区半径 b 也不断增大,当扩张压力达到一定数值时,扩张压力不再增加,达到极限扩张压力后保持不变,孔无限扩张,塑性区半径 b 与现时孔半径 a 的比值保持不变。规定应力、应变以压为正,拉为负,考虑到无黏性土在扩张过程中完全排水,所以下述分析中所涉及到的应力均为有效应力。

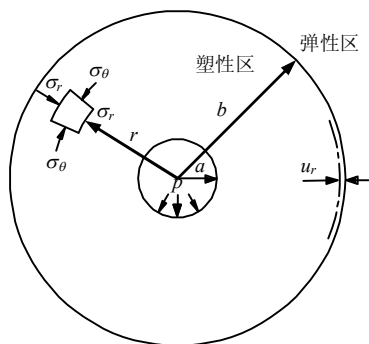


图 1 柱孔扩张示意图

Fig.1 Sketch of cylindrical cavity expansion

3 基本方程及解答

3.1 基本方程

柱孔扩张基本平衡方程^[1]为

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1)$$

式中: σ_r 、 σ_θ 分别为径向应力和环向应力。

几何方程为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= -\frac{du_r}{dr} \\ \varepsilon_\theta &= -\frac{u_r}{r} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: ε_r 、 ε_θ 分别为径向应变和环向应变; u_r 为径向位移。

弹性应力-应变关系为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_r - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_\theta \right) \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_\theta - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_r \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: E 为土体弹性模量; ν 为泊松比。

平面应变条件下无黏性土的 SMP 屈服准则^[9]为

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_\theta} = R_{ps} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{8 \tan^2 \varphi + 9} + \sqrt{8 \tan^2 \varphi + 6 - 2 \sqrt{8 \tan^2 \varphi + 9} - 1} \right)^2 \quad (4)$$

式中: R_{ps} 为平面应变条件下土体屈服时大、小主应力之比; φ 为土体三轴压缩状态下的内摩擦角。

应力边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r(a) &= p \\ \sigma_r &= p_0 (r \rightarrow \infty) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: p_0 为土体中存在的初始应力。

3.2 问题解答

3.2.1 弹性区解答

当扩张压力很小时,小孔周围土体处于弹性应力-应变状态,由式(1)~(3)得其弹性区的应力及位移解答为

$$\sigma_r = p_0 + (p - p_0) \left(\frac{a}{r} \right)^2 \quad (6)$$

$$\sigma_\theta = p_0 - (p - p_0) \left(\frac{a}{r} \right)^2 \quad (7)$$

$$u_r = \frac{p - p_0}{2G} \left(\frac{a}{r} \right)^2 r \quad (8)$$

式中: G 为土体的剪切模量。

当扩张压力不断增大,孔口边缘土体开始屈服,小孔周围形成弹性区和塑性区(如图 1),设某时弹塑性交界处半径为 b ,此刻其径向作用的压力为临

塑扩张压力 p_y ，由式 (6)、(7) 和式 (4) 求得 p_y 为

$$p_y = \frac{2R_{ps}p_0}{1+R_{ps}} \quad (9)$$

将式 (9) 代入式 (6) ~ (8)，即得弹塑性交界处半径为 b 时塑性区外弹性区的径向、环向应力及径向位移，此时径向应力 p 为临塑压力 p_y ，径向半径 a 为弹塑性交界处半径 b ，则式 (6) ~ (8) 相应变为

$$\sigma_r = p_0 + (p_y - p_0) \left(\frac{b}{r} \right)^2 \quad (10)$$

$$\sigma_\theta = p_0 - (p_y - p_0) \left(\frac{b}{r} \right)^2 \quad (11)$$

$$u_r = \frac{p_y - p_0}{2G} \left(\frac{b}{r} \right)^2 r \quad (12)$$

3.2.2 塑性区应力解答

由平衡方程式 (1) 和 SMP 屈服准则式 (4) 得

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \left(1 - \frac{1}{R_{ps}} \right) \sigma_r = 0 \quad (13)$$

解之得

$$\sigma_r = Kr^{\left(\frac{1}{R_{ps}} - 1 \right)} \quad (14)$$

式中： K 为积分常数，利用弹塑性边界条件将临塑扩张压力式 (9) 代入式 (14)，则积分常数 K 为

$$K = \frac{2R_{ps}p_0}{(1+R_{ps})b^{\left(\frac{1}{R_{ps}} - 1 \right)}} \quad (15)$$

将式 (15) 代入式 (14) 得塑性区径向应力 σ_r 为

$$\sigma_r = \frac{2R_{ps}p_0}{R_{ps}+1} \left(\frac{b}{r} \right)^{\left(1 - \frac{1}{R_{ps}} \right)} \quad (16)$$

在孔壁处，将 $\sigma_r(a) = p$ 代入式 (16)，得

$$\frac{b}{a} = \left[\frac{(R_{ps}+1)p}{2R_{ps}p_0} \right]^{\frac{R_{ps}}{R_{ps}-1}} \quad (17)$$

3.2.3 塑性区位移分析

在土体塑性区的应变包括可恢复的弹性应变和不可恢复的塑性应变两部分。在塑性区采用非相关联流动法则，其表达式为^[10-12]

$$\frac{\dot{\varepsilon}_r^p}{\dot{\varepsilon}_\theta^p} = -\frac{1}{\beta} \quad (18)$$

式中： β 的取值与采用的屈服准则有关。

本文基于 SMP 屈服准则：

$$\beta = \frac{1}{4} \left(\sqrt{8 \tan^2 \psi + 9} + \sqrt{8 \tan^2 \psi + 6 - 2\sqrt{8 \tan^2 \psi + 9} - 1} \right)^2 \quad (19)$$

式中： ψ 为土体的剪胀角。

又因为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_r &= \dot{\varepsilon}_r^e + \dot{\varepsilon}_r^p \\ \dot{\varepsilon}_\theta &= \dot{\varepsilon}_\theta^e + \dot{\varepsilon}_\theta^p \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

将式 (20) 代入式 (18)，得

$$\beta d\varepsilon_r + d\varepsilon_\theta = \beta d\varepsilon_r^e + d\varepsilon_\theta^e \quad (21)$$

由塑性屈服一致性原理并由屈服函数式 (4) 得

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_r} d\sigma_r + \frac{\partial f}{\partial \sigma_\theta} d\sigma_\theta = 0 \quad (22)$$

式中： $\partial f / \partial \sigma_r = 1$ ， $\partial f / \partial \sigma_\theta = -R_{ps}$ ，将其代入式 (22) 得

$$d\sigma_r = R_{ps} d\sigma_\theta \quad (23)$$

将式 (3)、(23) 代入式 (21)，整理得

$$\beta d\varepsilon_r + d\varepsilon_\theta = \frac{1-\nu^2}{E} \left[\left(\beta - \frac{\nu}{1-\nu} \right) + \frac{1}{R_{ps}} \left(1 - \frac{\beta\nu}{1-\nu} \right) \right] d\sigma_r \quad (24)$$

为简化式 (24)，令

$$\xi = \frac{1-\nu^2}{E} \left[\left(\beta - \frac{\nu}{1-\nu} \right) + \frac{1}{R_{ps}} \left(1 - \frac{\beta\nu}{1-\nu} \right) \right] \quad (25)$$

则式 (24) 变为

$$d\varepsilon_r + \frac{d\varepsilon_\theta}{\beta} = \frac{\xi}{\beta} d\sigma_r \quad (26)$$

由于在孔穴扩张过程中，弹塑性交界处的半径 b 在扩张过程中是不断变化的。因此，可以用 b 作为时间刻度来度量颗粒运动^[8, 13]，定义相对速度 V ，当塑性区半径有一个微小的变化 db 时，则孔周某点产生相应的位移为 du ，则 $du = dr = Vdb$ ， u 是颗粒现时位置半径 r 和塑性区半径 b 的函数，即 $u = u(r, b)$ ， b 和 r 是两个独立的变量，对 u 取全微分得

$$du = \frac{\partial u}{\partial b} db + \frac{\partial u}{\partial r} dr = \frac{\partial u}{\partial b} db + V \frac{\partial u}{\partial r} db \quad (27)$$

将式 (27) 左边 du 用 Vdb 代入得土颗粒运动速

度为

$$V = \frac{\partial u / \partial b}{1 - \partial u / \partial r} \quad (28)$$

相应地, 将应力和应变看作 b 和 r 的函数, 对于某一给定的单元, 可得

$$d\varepsilon_r = -\frac{\partial du}{\partial r} = -\frac{\partial V}{\partial r} db \quad (29)$$

$$d\varepsilon_\theta = -\frac{du}{r} = -\frac{V db}{r} \quad (30)$$

$$d\sigma_r = \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial b} db + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr \right) = \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial b} + V \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \right) db \quad (31)$$

$$d\sigma_\theta = \left(\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial b} db + \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} dr \right) = \left(\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial b} + V \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} \right) db \quad (32)$$

将式 (29) ~ (32) 代入式 (26) 得

$$\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{\beta r} = -\frac{\xi}{\beta} \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial b} + V \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \right) \quad (33)$$

将塑性区应力式 (16) 代入式 (33) 得

$$\frac{\partial V}{\partial r} + P(r)V = Q(r) \quad (34)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} P(r) &= \frac{1}{\beta r} + \frac{2\lambda\eta\xi p_0}{\beta r} \left(\frac{b}{r} \right)^{-\lambda} \\ Q(r) &= \frac{2\lambda\eta\xi p_0}{\beta b} \left(\frac{b}{r} \right)^{-\lambda} \\ \lambda &= \frac{1 - R_{ps}}{R_{ps}}, \quad \eta = \frac{R_{ps}}{1 + R_{ps}} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

考虑到弹塑性交界处的边界条件, 将式 (12) 中的弹塑性边界处位移对 b 求导, 得弹塑性边界处的速度为

$$V_{r=b} = \frac{-\lambda\eta p_0}{G} \quad (36)$$

利用上述边界条件对一阶非齐次线性微分方程式 (34) 进行求解得

$$V = \exp \left[-\frac{2\eta\xi p_0}{\beta} \left(\frac{b}{r} \right)^{-\lambda} \right] \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} B_n \left(\frac{b}{r} \right)^{-\lambda(n+1)-1} + \left[\frac{-\lambda\eta p_0}{G} \exp \left(\frac{2\eta\xi p_0}{\beta} \right) - \sum_{n=0}^{\infty} B_n \right] \left(\frac{b}{r} \right)^{\frac{1}{\beta}} \right\} \quad (37)$$

B_n 定义为

$$B_n = \frac{2}{n!} \left(\frac{2\eta\xi p_0}{\beta} \right)^n \frac{\lambda\eta\xi p_0}{[1 + \beta + \lambda\beta(n+1)]} \quad (38)$$

式中: n 取值为 $0 \rightarrow \infty$ 。

在孔壁 $r = a$ 处, $V = da/db$, 于是有

$$\frac{da}{db} = \exp \left[-\frac{2\eta\xi p_0}{\beta} \left(\frac{b}{a} \right)^{-\lambda} \right] \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} B_n \left(\frac{b}{a} \right)^{-\lambda(n+1)-1} + \left[\frac{-\lambda\eta p_0}{G} \exp \left(\frac{2\eta\xi p_0}{\beta} \right) - \sum_{n=0}^{\infty} B_n \right] \left(\frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{\beta}} \right\} \quad (39)$$

考虑到孔穴从 0 孔径开始扩张, 在扩张压力作用下, 其位移场具有几何相似性, 其扩张半径与塑性区半径比值保持不变。即

$$\frac{da}{db} = \frac{a}{b} \quad (40)$$

将式 (40) 代入式 (39) 可得关于 a/b 的方程式:

$$\frac{a}{b} = \exp \left[-\frac{2\eta\xi p_0}{\beta} \left(\frac{b}{a} \right)^{-\lambda} \right] \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} B_n \left(\frac{b}{a} \right)^{-\lambda(n+1)-1} + \left[\frac{-\lambda\eta p_0}{G} \exp \left(\frac{2\eta\xi p_0}{\beta} \right) - \sum_{n=0}^{\infty} B_n \right] \left(\frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{\beta}} \right\} \quad (41)$$

将式 (41) 求解出的 a/b 代入式 (17) 可得柱孔扩张的极限扩张力 P_{lim} 为

$$P_{lim} = \frac{2R_{ps} p_0}{R_{ps} + 1} \left(\frac{b}{a} \right)^{\frac{R_{ps}-1}{R_{ps}}} \quad (42)$$

4 参数分析

假设各向同性的均质无黏性土受到初始均匀土压力 p_0 的作用, $p_0 = 100$ kPa, 土的弹性模量 $E = 26$ MPa, $E/p_0 = 260$, 土的泊松比 $\nu = 0.3$, 内摩擦角 φ 分别为 25° 、 30° 、 35° 、 40° , 相应的剪胀角 ψ 分别为 0° 、 10° 、 20° 、 30° , 对于给定的 φ 值, 相应取变化的 ψ 值时, 考虑无黏性土不同的剪胀性对极限扩张力的影响, 以及对给定的 ψ 值, 考虑无黏性土不同强度特性 (本文只考虑内摩擦角 φ 的影响) 对其塑性区半径与现时半径之比 b/a 及极限扩张力的影响, 同时对基于 SMP 准则解答与摩尔-库仑准则求解结果进行对比分析。

图 2~4 分别给出了剪胀角、摩擦角的变化对 P_{lim}/P_0 的影响以及内摩擦角的变化对 b/a 的影响。图 5 给出了基于 SMP 准则与摩尔-库仑准则极限扩张力解答对比。

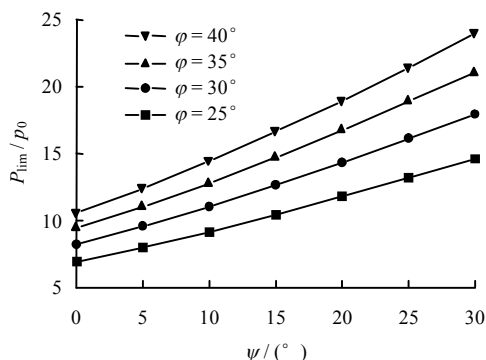
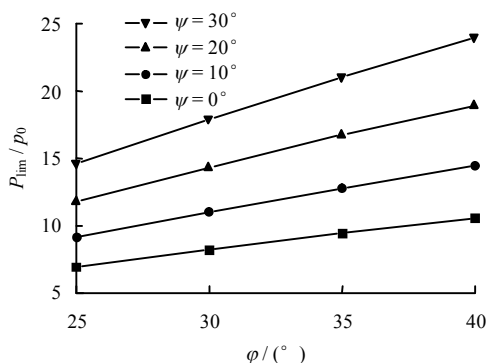
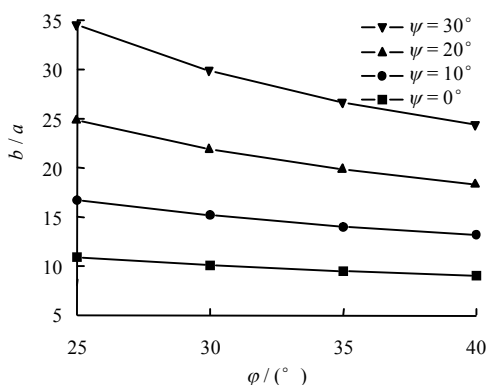
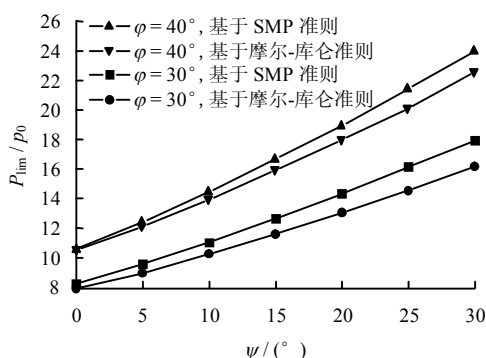
图2 剪胀角的变化对 p_{lim}/p_0 的影响Fig.2 Variations of p_{lim}/p_0 with dilatancy angle图3 摩擦角的变化对 p_{lim}/p_0 的影响Fig.3 Variations of p_{lim}/p_0 with friction angle图4 摩擦角的变化对 b/a 的影响Fig.4 Variations of b/a with friction angle

图5 基于 SMP 准则与摩尔-库仑准则极限扩张力解答对比

Fig.5 Comparison of limit pressures by using SMP criterion and Mohr-Coulomb criterion

从图2可以看出,当土的各项强度指标一定时,随着土的剪胀角的增加,亦即土的密实程度增加,无黏性土受柱孔扩张所需的极限扩张力随着剪胀角 ψ 的增加而增加;从图3、4可以看出,扩张土体的强度对柱孔扩张有很大影响,随着扩张土体强度增加(本文只考虑内摩擦角 ϕ 的影响),其扩张所需的极限扩张力随之增加,但相应的塑性区半径与现时半径之比却随之减小。从以上分析中可以看出,无黏性土的强度和密实度对柱孔扩张的极限扩张力产生很大影响,在实际工程应用中如果忽略这种影响将会产生较大的误差。就图3而言,当 ϕ 值给定,不考虑土体剪胀性($\psi=0^\circ$)与考虑剪胀性(如 $\psi=30^\circ$),其极限扩张力在 ϕ 分别为 25° 、 30° 、 35° 、 40° 时分别相差2.10倍、2.18倍、2.23倍和2.27倍。就图5而言,由于SMP准则考虑了中主应力的影响,与摩尔-库仑准则相比,所得结果明显高于后者,如当 ϕ 分别为 30° 、 40° , $\psi=30^\circ$ 时,采用SMP准则所得的极限扩张力与采用摩尔-库仑准则相比,分别提高了6.3%和10.8%,说明中主应力的影响还是比较显著的。此结论应用于工程实践中,如当需要在强度较高的地层(如密砂)中进行沉桩施工时,有必要根据土体实际强度参数首先进行成桩阻力计算,预估可能遇见的压桩阻力,结合自身的设备能力,选择合适的压桩设备或采取辅助的施工措施(如预钻孔等)进行施工。

5 结 论

(1) 结合柱孔扩张模型,以平面应变条件下的无黏性土SMP准则为屈服条件,以塑性区半径为时间刻度,引入柱孔扩张速度概念,得到扩张后柱孔周围塑性区半径与扩孔半径之比,进而得到极限扩张力的相似解,并分析了扩张体的不同强度条件对扩张体塑性区半径与现时半径之比及极限扩张力的影响。

(2) 与基于摩尔-库仑准则计算结果进行对比分析,结果表明:基于SMP准则所得到的极限扩张压力的解答高于摩尔-库仑准则解答,基于摩尔-库仑准则所得到的极限扩张力的解答偏小。

(3) 所得到的结果在岩土工程中具有一定的实际意义,可据此结果预估桩基工程的极限承载力、静压桩施工的最大压桩力等,为工程实践中遇到相关问题提供一定的理论根据。

参 考 文 献

- [1] VESIC A S. Expansion of cavities in infinite soil mass[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations*

- Division, ASCE, 1972, 98(SM3): 265—290.
- [2] COOP M R, WROTH C P. Field studies of an instrumented model pile in clay[J]. *Geotechnique*, 1989, 39(4): 679—696.
 - [3] PALMER A C. Undrained plane-strain expansion of a cylindrical cavity in clay: a simple interpretation of the pressuremeter test[J]. *Geotechnique*, 1972, 22(3): 451—457.
 - [4] SALGADO R, MITCHELL J K, JAMIOLKOWSKI M. Cavity expansion and penetration resistance in sands[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 1997, 123(4): 344—354.
 - [5] CAO L F, TEH C I, CHANG M F. Undrained cavity expansion in modified Cam clay I: Theoretical analysis[J]. *Geotechnique*, 2001, 51(4): 323—334.
 - [6] 汪鹏程, 朱向荣. 应变软化及剪胀土体中考虑大变形的孔扩张问题解析[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2004, 38(7): 909—914.
WANG Peng-cheng, ZHU Xiang-rong. Analysis of cavity expansion in soil with shear dilation and strain softening considering large deformation[J]. *Journal of Zhejiang University(Engineering Science)*, 2004, 38(7): 909—914.
 - [7] 李波, 栾茂田. 基于 SMP 破坏准则的柱形孔扩张问题理论分析[J]. *大连理工大学学报*, 2006, 46(2): 246—251.
 - LI Bo, LUAN Mao-tian. Theoretical analysis of expansion of cylindrical cavity based on SMP criterion[J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2006, 46(2): 246—251.
 - [8] YU H S, CARTER J P. Rigorous similarity solutions for cavity expansion in cohesive-frictional soils[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2002, 2(2): 233—258.
 - [9] 罗汀, 姚仰平, 侯伟. 土的本构关系[M]. 北京: 人民交通出版社, 2010.
 - [10] YU H S, HOULSBY G T. Finite cavity expansion in dilatant soils: loading analysis[J]. *Geotechnique*, 1991, 41(2): 173—183.
 - [11] BOLTON M D. The strength and dilatancy of sands[J]. *Geotechnique*, 1986, 36(1): 65—78.
 - [12] CARTER J P, BOOKER J R, YEUNG S K. Cavity expansion in cohesive frictional soils[J]. *Geotechnique*, 1986, 36(3): 349—358.
 - [13] 胡伟, 黄义, 刘增荣. 非饱和土中考虑沉桩扩孔速度影响的半球形孔扩张弹塑性分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, 26(增刊 2): 4339—4342.
HU Wei, HUANG Yi, LIU Zeng-rong. Elastoplastic analysis of expansion of hemisphere cavity in unsaturated soil considering pile driving velocity[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(Supp.2): 4339—4342.
-
- 上接第 1374 页
- [7] WANG J G, FANG S S. State space solution of non-axisymmetric Biot consolidation problem for multilayered porous media[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2003, 41(15): 1799—1813.
 - [8] CHEN S L, ZHANG L M, CHEN L Z. Consolidation of a finite transversely isotropic soil layer on a rough impervious base[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2005, 131(12): 1279—1290.
 - [9] AI Z Y, WANG Q S. A new analytical solution to axisymmetric Biot's consolidation of a finite soil layer[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2008, 29(12): 1617—1624.
 - [10] AI Z Y, CHENG Z Y, HAN J. State space solution to three-dimensional consolidation of multi-layered soils[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2008, 46(5): 486—498.
 - [11] AI Z Y, WU C, HAN J. Transfer matrix solutions for three-dimensional consolidation of a multi-layered soil with compressible constituents[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2008, 46(11): 1111—1119.
 - [12] 耿雪玉. 复杂条件下软黏土地基多维固结分析[博士学位论文 D]. 杭州: 浙江大学, 2008.
 - [13] 耿雪玉, 蔡袁强. 变荷载作用下轴对称饱和半空间均质地基 Biot 固结分析[J]. *岩土力学*, 2009, 30(8): 2264—2270.
 - GENG Xue-yu, CAI Yuan-qian. Axisymmetric Biot consolidation of a semi-infinite isotropic saturated soil subjected to time-dependent loadings[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, 30(8): 2264—2270.
 - [14] CAI Y Q, GENG X Y. Consolidation analysis of a semi-infinite transversely isotropic saturated soil under general time-varying loadings[J]. *Computers and Geotechnics*, 2009, 36(3): 484—492.
 - [15] 薛新华, 张我华. 双标量损伤模型及其在 Biot 固结有限元中的应用[J]. *岩土力学*, 2010, 31(1): 24—30.
XUE Xin-hua, ZHANG Wo-hua. Double scalar variables damage model and its application to Biot's consolidation FEM[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, 31(1): 24—30.
 - [16] DURBIN F. Numerical inversion of Laplace transform: an efficient improvement to Dubner and Abita's method[J]. *The Computer Journal*, 1974, 19(9): 371—376.
 - [17] 张起森. 道路工程有限元分析法[M]. 北京: 人民交通出版社, 1983.
 - [18] 张培森. 车辆荷载作用下沥青路面结构应力分析[硕士学位论文 D]. 西安: 长安大学, 2007.